

Chapitre 7

Sciences moyennes et Physique mathématique

De l'avis de Maritain, "la physico-mathématique des modernes réalise le type de la 'scientia media' d'une façon parfaite".¹ Telle que formulée, cette opinion supposerait que les mathématiques et les sciences physiques n'ont subi aucune transformation substantielle depuis les temps anciens, l'évolution de ces disciplines aurait été insuffisante pour modifier profondément le concept de 'science mixte' impliqué dans la 'scientia media' des Grecs. Voyons toutefois si l'assimilation des sciences moyennes à la physique mathématique se révèle possible.

En ce qui concerne, tout d'abord, les sciences moyennes, il suffira de rappeler ici que pour Aristote, les mathématiques appliquées, sans égaler en certitude les mathématiques pures, n'en demeureraient pas moins strictement démonstratives. Car la structure formelle des sciences moyennes comportait la rigueur même de la mathématique. Sans doute, l'élément matériel des 'scientiae mediae' était-il soumis à des conditions extrinsèques, celles de la matière sensible; mais les concepts de la physique ancienne se révélaient assez précis et fermes pour éviter d'infirmier sérieusement les conclusions mathématiques qu'on leur appliquait. Les sciences moyennes présentaient donc un double aspect : un point de vue formel ou mathématique et un côté matériel ou naturel, assez certains pour que cette discipline 'mixte' fût, encore

1. Les Degrés du Savoir, p. 284.

une fois, considérée comme démonstrative.¹

La physique mathématique moderne comporte aussi forcément une dualité de structure : la partie explicative ou mathématique, et la partie naturelle ou sensible. Il s'agit de savoir si le statut scientifique de l'ancienne mathématique appliquée et celui de la nouvelle s'équivalent au double point de vue de la matière et de la forme. En d'autres termes, la physique mathématique, qui est le représentant moderne des 'sciences moyennes', réalise-t-elle les conditions d'évidence et de certitude des sciences expérimentales en vigueur au temps des Grecs; ou enfin, existe-t-il un lien de continuité entre la conception ancienne et la conception moderne de 'sciences physiques' ?

Il semble bien que la notion moderne de physique mathématique diffère essentiellement de l'ancien concept de 'sciences moyennes'. Alors que ces dernières apparaissaient comme parfaitement rigoureuses, la physique mathématique moderne se meut, au contraire, dans la sphère du probable, et, en raison de son processus d'argumentation, on ne peut même pas l'appeler 'dialectique' au sens aristotélicien.² C'est ce qu'il s'agit de montrer en adoptant successivement les divers points de vue qui caractérisent ce genre de science, à savoir : la perspective 'mathématique' ou 'instrumentale' et l'aspect 'naturel' ou sensible. On insistera surtout ici sur le premier point de vue, parce que plus 'formel' que le second et donc plus décisif

1. Voir quelques précisions complémentaires sur les sciences moyennes dans Partie I, Section II, ch. 7.

2. Voir la fin du chapitre précédent.

quand il s'agit de caractériser une discipline quelconque.

Que la mathématique constitue, tout d'abord, l'instrument de choix pour connaître la nature, rien de plus communément admis parmi les hommes de science :

"... C'est l'effort mathématique, écrit Bachelard, qui forme l'axe de la découverte, c'est l'expression mathématique qui, seule, permet de penser le phénomène. Il y a quelques années, M. Langevin nous disait : Le calcul Tensoriel sait mieux la physique que le Physicien lui-même". 1

A quoi attribuer, d'autre part, cette aptitude des mathématiques à rendre compte des faits expérimentaux ? Sur ce point, les auteurs moder-

-
1. G. Bachelard, Le Nouvel Esprit Scientifique, p. 54. - "In their application to empirical subject matter, therefore, these mathematical theories no less than those which grow out of arithmetic and ultimately out of pure logic, 'have the function of an analytical tool', which brings to light the implications of a given set of assumptions but adds nothing to their content". Carl G. Hempel, On the Nature of Mathematical Truth, p. 1634. - Le même auteur poursuit : "Furthermore, the scientific test of these theories, the establishment of predictions by means of them, and finally their practical application, all require the deduction, from the general theory, of certain specific consequences; and such deduction would be entirely impossible without the techniques of mathematics which reveal what the given theory implicitly asserts about a certain special case.
"Thus, the analysis outlined on these pages exhibits the system of mathematics as a vast and ingenious conceptual structure without empirical content and 'an indispensable and powerful theoretical instrument for the scientific understanding and mastery of the world of our experience'".
Ibid. - "... Formal logic and pure mathematics... provide an efficient and entirely indispensable machinery for deducing, from abstract theoretical assumptions, such as the laws of Newtonian mechanics or the postulates of euclidean geometry in physical interpretation, consequences concrete and specific enough to be accessible to direct experimental test".
C. G. Hempel, Geometry and Empirical Science, Ibid., pp. 1643-1644.

nes hésitent souvent à se prononcer. Ils reconnaissent cependant volontiers cette caractéristique merveilleuse des mathématiques contemporaines : "The most vitally characteristic fact about mathematics, dit Neuman, is, in my opinion, its quite peculiar relationship to the natural sciences, or, more generally, to any science which interprets experience on a higher than purely descriptive level".¹ De l'aveu général, la 'lumière mathématique moderne projetée sur les phénomènes naturels se révèle beaucoup plus efficace que le rigoureux appareil formel des anciens Grecs'. Pourquoi, encore une fois, cette relative supériorité des systèmes actuels sur les précédents ? Les auteurs demeurent toujours réticents sur ce sujet ou plutôt, ils avouent simplement ignorer la réponse.² Cette affinité remarquable qu'on observe entre les mathématiques contemporaines et les sciences expérimentales résulte, croyons-nous, de la 'nature' même de cet instrument nouveau.

L'axiomatique moderne se caractérise, en effet, par

-
1. John von Neumann, The Mathematician, p. 2053.
 2. "Dans la conception axiomatique, écrit Bourbaki, la mathématique apparaît en somme comme un réservoir de 'formes' abstraites - les structures mathématiques; et il se trouve 'sans qu'on sache bien pourquoi' - que certains aspects de la réalité expérimentale viennent se mouler en certaines de ces formes, comme par une sorte de préadaptation. Il n'est pas niable, bien entendu, que la plupart de ces formes avaient à l'origine un contenu intuitif bien déterminé; mais c'est précisément en les vidant volontairement de ce contenu qu'on a su leur donner toute l'efficacité qu'elles portaient en puissance, et qu'on les a rendues susceptibles de recevoir des interprétations nouvelles, et de remplir pleinement leur rôle élaborateur". F. Le Lionnais, Les Grands Courants de la Pensée Mathématique, pp. 46-47.

'l'abstraction généralisante' de ses hypothèses primitives.¹ Elle réduit ainsi au minimum ses conventions initiales² et elle tente d'élaborer un système cohérent qui englobe l'ensemble des mathématiques. Ce faisant, elle s'éloigne de la conception étroite de 'science mathématique' telle que professée par les Anciens; ce processus moderne devient 'dialectique' entendu au sens de 'revisable', tout comme la physique qu'il prétend servir.³ Cette structure mathématique 'flexible'⁴ au gré des 'exigences' des sciences expérimentales qui posent toujours de nouveaux problèmes, se développe de pair avec la physique.⁵

Il s'établit ainsi une 'interaction' entre la physique et les mathématiques qui les rapproche toujours davantage et qui conditionne

1. Partie II, ch. 3.

2. Chapitre précédent.

3. "Peut-on dire..., écrit Broutoux, qu'une théorie physique soit moins définitive qu'une théorie mathématique ? Le définitif (physique) est toujours sujet à revision... 'Il en est exactement de même en Mathématique'. Une théorie définitive au regard de la logique, n'est pas pour cela intangible". P. Broutoux, L'Idéal Scientifique des Mathématiques, p. 246.

4. Hermann Weyl emprunte une illustration précise de ce fait à la Relativité Générale : voir, The Mathematical Way of Thinking, p. 1847.

5. "Il est essentiel d'observer que l'appareil mathématique de la physique moderne est, presque tout entier, 'de création récente' et appartient à ce que nous avons qualifié de 'moderne', qu'actuellement encore le 'développement de la physique est rigoureusement parallèle à celui des mathématiques'". F. Le Lionnais, op. cit., p. 325.

leur progrès mutuel.¹

A noter que l'évolution parallèle de la physique et de la mathématique s'est opérée dans le sens de 'l'hypothétique', du 'fictif'.² Comme on l'a montré, en effet, l'axiomatique moderne constitue un système hypothético-déductif. On verra tout à l'heure que de leur côté certains concepts fondamentaux de la physique moderne ne comportent non plus aucun sens 'objectif'. C'est ainsi qu'en physique aussi bien qu'en mathématique, l'oeuvre de l'intelligence se manifeste de plus en plus et que ces deux sciences ont décliné du concept même de dialectique, entendu au sens aristotélicien, où les termes et les principes ont une signification précise. On comprend, de la sorte, comment la théorie axiomatisée s'adapte mieux à la physique moderne que la rigoureuse mathématique grecque.

Il importe toutefois d'aborder ce problème à un autre point de vue, peut-être plus fondamental. Si l'axiomatique moderne

-
1. "Les théories physiques, écrit Juvet, tendent de plus en plus à présenter une 'synthèse géométrique' des phénomènes... Mais la géométrisation de la physique 'semble faire place à une mathématisation plus formelle et plus symbolique'".
G. Juvet, La structure des Nouvelles Théories Physiques, Intr., p. 5. - Non seulement l'importance des mathématiques s'est accrue dans la physique moderne, mais elles semblent envahir le domaine de la science expérimentale elle-même, de sorte qu'on peut justement parler d'un 'impérialisme mathématique' dans les sciences naturelles. Ibid., p. 6.
 2. On reviendra sur le rôle de la 'fiction' dans ces deux sciences. Notons, en passant, la remarque suivante de Samuel :
"Concepts such as statistical laws, probability, chance, like space and time, and systems of geometry - 'the whole mathematical apparatus', 'all these are fictional abstractions'".
Herbert L. Samuel, Essay in Physics, p. 38.

s'ajuste si parfaitement aux exigences de la physique, ce serait aussi, semble-t-il, en raison de 'l'abstraction négative' qui caractérise la mathématique contemporaine.¹ Ce soi-disant mode d'abstraction laisse, en effet, libre jeu au mathématicien. Celui-ci enveloppe, dans un concept 'général', les 'natures' les plus diverses. Ainsi, sa liberté de mouvement déductif n'est plus gênée par des limitations de 'nature', par les exigences de 'l'homogénéité du nombre'.² Cette 'indifférence aux natures', cette propension à une généralité, sans contenu, des constructions symboliques, s'accompagne, chez le mathématicien moderne, d'une 'applicabilité' croissante de sa science en physique contemporaine. Ce fait a été remarqué par un grand nombre de mathématiciens et de physiciens : "Abstractness, dit Bell, sometimes hurled as a reproach at Mathematics, is its chief glory and its surest

-
1. Inutile de répéter ici, sur ce genre spécial d'abstraction, les explications données au chap. 3, Partie II. - Courant and Robbins décrivent, en ces termes, le processus de l'abstraction mathématique dans la physique moderne : "This abstraction from the particular nature of a given phenomenon to a formulation of the general law which governs the whole class of phenomena is one of the characteristic features of the mathematical treatment of physical problems". What is Mathematics ? p. 461.
 2. Von Neumann marque bien comment le succès de la physique théorique dépend de ces schèmes 'généraux et simples' qui, tout en évitant les complications d'éléments hétérogènes, couvrent un grand nombre de phénomènes qui se trouvent, de la sorte, réduits à l'unité : "... This means that the criterion of success for such a theory (viz. physical) is simply whether it can, by a simple and elegant classifying and correlating scheme, cover very many phenomena, which without this scheme would seem complicated and heterogeneous, and whether the scheme even covers phenomena which were not considered or even not known at the time when the scheme was evolved". John von Neumann, The Mathematician, p. 2061.

title to 'practical usefulness'".¹ Une nouvelle raison de l'efficacité scientifique de l'abstraction négative dans les mathématiques paraît résider dans la 'liberté' que ce processus permet à l'homme de science. Celui-ci applique un instrument fondé sur des 'hypothèses' (on a vu que l'arbitraire présidait au départ des systèmes formels modernes) à une nature devenue 'hypothétique' (car les savants ignorent la structure dernière du monde physique). Par un effort d'une ingéniosité admirable, et aussi guidés par une intuition parfois surprenante, certains chercheurs se signalent par la justesse de leurs 'suppositions' et, à force de patient labeur, ils finissent par présenter une explication plausible d'une 'réalité' jusque là demeurée mystérieuse. Il est tellement vrai qu'on se trouve, dans ces deux cas (c'est-à-dire mathématique et physique) sur le plan des 'hypothèses', que parfois la 'création' (au moins en partie) de 'l'instrument' mathématique accompagne la recherche expérimentale, aucune théorie déductive vraiment adaptée à ce secteur de la recherche n'existant encore. On voit de nouveau, à la lumière de ce procédé, à quel point on s'éloigne du concept, non seulement de 'science moyenne', mais aussi de celui de dialectique aristotélicienne, dans la physique mathématique moderne.

-
1. E. T. Bell, The Development of Mathematics, p. 8. - "Thus trigonometry, dit Whitehead, became 'completely abstract'; and in thus becoming abstract, it became 'useful'". N. Whitehead, Science and the Modern World, p. 33. - "The paradox is now fully established, observe le même auteur, that the utmost abstractions are the true weapons with which to control our thought of concrete facts". Ibid., p. 34. - "... L'autre conception (physique), due à Heisenberg, 'est en même temps plus abstraite et plus proche de l'expérience'". F. Le Lionnais, Les Grands Courants de la Pensée Mathématique, p. 420, art. de Maurice Janet.

Si l'on se souvient, d'autre part, de l'importance du calcul des probabilités, surtout dans la microphysique,¹ il paraît bien difficile d'identifier la physique mathématique avec les sciences moyennes 'démonstratives'. La physique a, en effet, 'changé ses bases mathématiques' en passant du certain à l'aléatoire;² la science expérimentale doit maintenant prendre la mesure de ses certitudes dans le calcul des probabilités.³ Cette nécessité est apparue avec les développements de la microphysique, car "notre temps s'en est aperçu de plus en plus : partout où l'on creuse le sol de la science, on finit par rencontrer les probabilités".⁴ A ce niveau de connaissance, certains concepts physiques (comme ceux de champ et de particule) sont conservés, mais avec des limitations et sous une forme, pour ainsi dire, atténuée; et, en même temps, une correspondance à 'caractère

-
1. Pius Servien souligne "la vérité et l'importance de certaines applications modernes de la probabilité, et particulièrement le 'rôle essentiel' qu'elle joue dans la physique quantique, son 'usage de plus en plus étendu et nécessaire' dans l'investigation scientifique..." F. Le Lionnais, op. cit., p. 207. - Louis de Broglie justifie en ces termes le rôle du calcul des probabilités dans la physique quantique : "Le succès des théories particulières de la matière, écrit-il, ont amené les physiciens à se préoccuper d'une discipline mathématique qui ne les avait guère intéressés auparavant : le calcul des probabilités. Si la matière est formée d'un nombre immense de particules en mouvement susceptibles d'interagir entre elles, ses propriétés observables seront le résultat statistique de ces mouvements et de ces interactions". Ibid., p. 400. - Borel renforce même le point de vue de Servien en affirmant que le "moment n'est pas loin où 'tous les phénomènes physiques' devront être envisagés du point de vue du calcul des probabilités et de la statistique". E. Borel, Les Probabilités, dans Encyclopédie Française, I, 1.94-5.
 2. F. Le Lionnais, op. cit., p. 431.
 3. G. Bachelard, op. cit., pp. 81 ss.
 4. F. Le Lionnais, Ibid., p. 216.

statistique' est établie entre eux. Cette correspondance, comme l'enseigne Louis de Broglie, nécessite une 'révision profonde de toutes les idées jusqu'alors admises en physique',¹ et entraîne des 'incertitudes' précisées par Heisenberg.² Avec le calcul des probabilités, on a quitté, en effet, le terrain de la certitude. Car "le calcul ne fait que préciser une marge autour de l'état le plus probable, marge telle que l'expérience qui la franchirait mettrait en échec la loi des grands nombres",³ laquelle est fondée sur l'indéterminisme le plus pur.⁴

-
1. Cf. F. Moch, Réflexions sur les probabilités, dans *Dialectica*, 11, 1957, pp. 375-390. L'auteur montre que la physico-mathématique a été renouvelée, 'par la substitution de notions nouvelles aux plus fondamentales des notions de la physique mathématique ancienne'.
 2. F. Le Lionnais, op. cit., pp. 399-400.
 3. L. B. Guérard des Lauriers, Analyse de l'être mathématique, dans *Revue des Sciences philosophiques et théologiques*, 22, 1933, pp. 624-25.
 4. On a soutenu, au contraire, que la loi statistique résultait d'un déterminisme strict régissant les cas individuels : "In the point of fact, affirme Max Planck, statistical laws are dependant upon the assumption of the strict law of causality functioning in each particular case. And the non-fulfilment of the statistical rule in particular cases is not therefore due to the fact that the law of causality is not fulfilled, but rather to the fact that our observations are not sufficiently delicate and accurate to put the law of causality to a direct test in each case. If it were possible for us to follow the movement of each individual molecule in this very intricate labyrinth of processes, then we should find in each case an exact fulfilment of the dynamical laws". Cité par H. L. Samuel, Essay in Physics, p. 38. - La loi des grands nombres postule, non pas un déterminisme quelconque chez l'un ou chez l'ensemble des constituants (cette 'orientation' causale des individus compromettrait sans retour la loi statistique), mais bien l'équiprobabilité des alternatives assurée par l'indéterminisme le plus total.

Si l'instrument mathématique nouveau que constitue le calcul des probabilités nous interdit d'assimiler la microphysique moderne à la 'science moyenne' grecque, qui comportait, comme on l'a vu, une structure mathématique rigoureuse, on pensera peut-être qu'il nous est permis de nous rattraper en macrophysique. La science moderne à notre échelle se caractérise, semble-t-il, par un déterminisme certainement comparable à l'ancien. D'ailleurs, jusqu'au dix-neuvième siècle inclusivement, les explications mécaniques de l'univers n'impliquaient-elles pas un déterminisme absolu ? Sans doute. Mais aujourd'hui, le concept de déterminisme, même dans la physique à notre échelle, s'est modifié :

"En substituant, écrit Borel, dans un nombre de cas de plus en plus nombreux les explications statistiques fondées sur le calcul des probabilités aux explications mécaniques, la science moderne modifie dans une certaine mesure l'idée que nous devons nous faire des phénomènes naturels". 1

Ce concept modifié du 'déterminisme', pour les phénomènes à notre échelle, consiste en une idée non pas totalement déterministe, comme on l'a cru longtemps, mais simplement 'probable'. Car les lois naturelles les plus importantes apparaissent comme des lois dont 'la probabilité' est extrêmement voisine de l'unité, mais qui ne l'atteint jamais. Car, il est impossible, en montant de l'indéterminisme des phénomènes de l'échelle atomique, d'aboutir au déterminisme absolu

1. Encyclopédie Française, I, 196-4. - Voir : Ibid., I96-6.

pour les phénomènes à notre échelle.¹ Bref, 'il est impossible de formuler des lois expérimentales autres que statistiques'.

Ainsi, à cause de l'instrument mathématique que la physique entière utilise de nos jours, on ne saurait la confondre avec la 'science moyenne' ancienne. Cela est évident, comme on l'a vu, pour la physique atomique; la situation se révèle analogue pour la science expérimentale au niveau ordinaire, car, là aussi, la rigueur mathématique, au sens ancien, fait défaut; l'indétermination des fondements se répercute à travers toute la science.

Si maintenant l'on se place, non plus au point de vue de l'instrument mathématique, mais de la nature des entités physiques, l'on s'aperçoit que la science expérimentale 'définit ses concepts par référence à l'expérience concrète dont elle ne peut jamais faire abstraction, parce que cette expérience même n'est jamais complète.² Ainsi, on définit la longueur par son étalon de mesure, c'est-à-dire, en définitive, par référence au mètre de Paris. Nous voilà liés au

1. La science expérimentale elle-même fonde cette constatation. Pour prendre un seul exemple, la théorie cinétique des gaz ne permet pas de prévoir rigoureusement une répartition absolument uniforme des molécules d'un mélange de deux gaz dans les deux parties d'un récipient; elle impose même certains écarts par rapport à cette uniformité, écarts assez faibles, il est vrai, mais accessibles à l'expérience dans certaines conditions. E. Borel, loc. cit.

2. La science expérimentale ne réalise jamais l'induction complète. Elle demeure ainsi en dépendance permanente des cas individuels, dans ses principes et ses conclusions.

singulier 'ineffable'; on a ainsi affaire à un objet, non pas universel ou abstraitement définissable, mais 'désignable.' Toute la science expérimentale, qui se fonde nécessairement sur le mesurable, est suspendue, très précisément, à ce singulier matériel, saisissable par le sens, le mètre de Paris, dont toutes les autres mesures dérivent.¹ On ne peut, en physique, mesurer avec une définition abstraite de l'étalon de mesure. Voilà pourquoi, s'observe cette dépendance si étroite, si réelle, d'un individu contingent dont on est incapable d'isoler même un aspect (par ex. la longueur, car elle dépend de la température...)²

1. Voir : Charles De Koninck, The Unity and Diversity of Natural Science, dans The Philosophy of Physics, St. John's University Press, Jamaica, New York. - Même si la définition du mètre basée depuis 1889 sur un prototype en platine iridié vient d'être abrogée (depuis le 14 octobre 1960) et qu'elle se rattache désormais à une longueur d'onde (le nouvel état civil du mètre fixe, en effet, sa longueur à 1 650 763, 73 fois la longueur d'onde dans le vide de la radiation orangée du gaz Krypton 86), les remarques qu'on vient de faire restent vraies. La nouvelle définition du mètre demeure encore liée à un singulier 'ineffable' soumis aux variations de sa condition matérielle. L'étalon parfait reste à trouver. Car la longueur d'onde n'est constante que dans des conditions rigoureusement définies. Et d'ailleurs, l'intensité de la lampe, construite de main d'homme, et qui émet la lumière, n'est pas 'absolument' régulière. Pour obtenir une véritable constante de nature, il faudrait prendre une longueur d'onde émise par des atomes non perturbés... On est dans le domaine étourdissant de la relativité. Voir : Science et Vie, No 521, Février 1961.
2. La physique s'attache à "cet aspect du monde qui n'est jamais totalement séparable de la matière individuelle, qui est réfractaire à l'abstraction complète, et qui ne peut être suivi que par le sens approprié au contingent. Ce dehors mesurable et mouvant de la réalité, ce domaine où la certitude parfaite est impossible, sont les conséquences nécessaires de la mobilité". Charles De Koninck, Réflexions sur le Problème de l'Indéterminisme, p. 44.

Vu son incapacité à vraiment définir, étant donné aussi les modifications constantes qu'éprouvent ses concepts fondamentaux, le physicien moderne ne peut vraiment rien 'nommer'; il ne peut que 'symboliser'. Prenons, par exemple, les mots 'matière' et 'atome', ces entités se présentent-elles comme des 'natures' unes et déterminées désignables par un véritable 'nom' ? Sans doute pas, puisque ces notions évoluent d'année en année jusqu'à revêtir successivement des sens contraires.

La physique mérite-t-elle, malgré tout, le nom de 'science', de 'discipline' au sens où Aristote entend ces mots ? Il ne semble pas. Elle n'atteint même pas le premier degré d'abstraction, c'est-à-dire à un universel déterminé et fondé sur la réalité; en raison de sa proximité du singulier sensible pour la détermination de ses concepts même fondamentaux, elle ne peut accéder à ce qui est 'ubique et semper' et, ainsi, elle doit se contenter de tendre vers, et d'approcher toujours davantage l'état de science.¹ Ainsi, non seulement la physique mathématique ne saurait s'identifier avec la science moyenne, mais elle n'est même pas comparable à la 'dialectique' aristotélicienne;² car, en dialectique, les termes comportent un sens déterminé.

1. "... La science expérimentale ne peut jamais atteindre au premier degré d'abstraction. Mais de même que la nature tend vers une détermination toujours plus grande, la science expérimentale tend vers le premier degré d'abstraction". Charles De Koninck, op. cit., p. 33.

2. Cf. Charles De Koninck, Art. cit., pp. 15-16.

Cette affirmation se renforce du fait que la 'fiction' remplit une fonction indispensable en physique moderne. Le physicien ne nous amène à la connaissance de la réalité qu'à travers ses 'détours', ses 'constructions', ses 'modes d'approche' de la nature sensible. Tout comme dans les théories axiomatisées, l'intelligence joue un rôle croissant. Dans l'impossibilité de saisir directement une 'réalité' fluente, on l'aborde par le truchement de 'l'idée', de 'l'hypothèse', de la 'théorie'.¹

Les brèves considérations précédentes sur l'instrument mathématique utilisé en physique moderne et sur la nature des entités physiques suffiront à manifester combien la conception moderne de la science expérimentale s'éloigne de l'idée qu'on s'en faisait anciennement. Le langage des auteurs modernes confirme d'ailleurs ce point de vue. Comme on le rappelait plus haut, "les bases mathématiques" de la physique sont changées. La géométrie euclidienne ne vaut plus maintenant que comme première approximation;² "... La physique con-

-
1. Pour une étude détaillée et intéressante du processus scientifique de la physique mathématique, voir Emile Simard, La Nature et la Portée de la Méthode scientifique, Québec, Les Presses Universitaires Laval, 1956.
 2. La géométrie d'Euclide, "c'est une première approximation satisfaisante de la géométrie de l'univers physique, et elle est suffisante pour certaines catégories de praticiens; mais elle ne correspond plus à ce qui est d'intérêt vital pour la physique moderne, et elle est pour longtemps démodée pour les théoriciens. Notre conception de l'univers a largement dépassé la géométrie euclidienne". E. T. Bell, La Mathématique, reine et servante des sciences, (traduction R. de Saint-Seine), p. 27.

temporaine, écrit Bachelard, est effectivement en train de se constituer sur des schèmes non-euclidiens".¹ Les formes axiomatiques sont devenues les 'moules des choses'; le formalisme apparaît comme le "souple et fécond instrument de recherches auquel ont consciemment travaillé, depuis Gauss, tous les grands penseurs des mathématiques".² On a enfin constaté que seule une pure combinatoire convenait à la structure des choses.³ Bref, la physique mathématique, dont les développements coïncident avec un appareil mathématique de création récente et de structure fort différente de la mathématique traditionnelle; cette science expérimentale fondée sur une révision totale des idées admises, tant au point de vue physique que mathématique, ne paraît plus réaliser, et de façon même lointaine, le type de la 'scientia media' telle que décrite par Aristote.

-
1. G. Bachelard, op. cit., p. 38. - "Si le sens commun s'insurge contre une géométrie à quatre dimensions, il trouvera peu de satisfactions dans la physique moderne. La relativité est fondée sur une géométrie particulière à quatre dimensions, et la 'géométrie à une infinité de dimensions' est aujourd'hui d'usage courant dans la mécanique nucléaire". E. T. Bell, op. cit., p. 54.
 2. F. Le Lionnais, op. cit., p. 47.
 3. Hermann Weyl, The Mathematical Way of Thinking, p. 1844.

C O N C L U S I O N

Existe-t-il un lien de continuité entre la philosophie des mathématiques anciennes et les systèmes modernes et contemporains ? Les développements précédents auront apporté, espérons-le, une réponse suffisamment claire à cette question. Un résumé succinct des résultats obtenus se révélera peut-être ici de quelque utilité.

Dans la confrontation des doctrines mathématiques anciennes et nouvelles, il importe d'envisager certains points de vue décisifs en ce qui concerne les relations mutuelles qu'elles impliquent. Si l'on considère tout d'abord certaines notions fondamentales de la philosophie mathématique d'Aristote, il semble difficile de nier leur permanence à travers les doctrines contemporaines. C'est dans cette perspective que se place Russell quand il proclame la pensée aristotélicienne comme plus adaptée aux systèmes actuels que les théories kantiennes, par exemple. Parmi ces notions consacrées par la sagesse antique, il suffira de signaler les principes logiques - ceux surtout relatifs aux définitions et aux axiomes - auxquels toute mathématique reste soumise. Sans doute avec les modalités rappelées au cours de la présente étude; mais le processus fondamental, qui résulte des lois universelles du raisonnement demeure intangible.¹ Il en est ainsi de

1. "Ce qui lie la philosophie des mathématiques au rationalisme traditionnel, c'est surtout l'appréciation de la 'méthode rationnelle et objective'... Cependant, quant à la 'manière d'appliquer' la méthode rationnelle, il y a divergence profonde entre la philosophie des mathématiques et le rationalisme traditionnel". E. W. Beth, Les Fondements logiques des Mathématiques, 2e édit., 1955, p. 200.

certaines aspects de l'abstraction mathématique. En ce sens seulement que les philosophes modernes considèrent le monde mathématique comme 'sui generis'; ils conçoivent l'objet de cette science comme dénué de toute attache sensible actuelle. On a vu, en outre, au chapitre de l'intuition, qu'une interprétation suffisamment large et nuancée du rôle de ce principe fondamental en mathématique permettait de renouer avec le lointain passé.

Puis on s'est rendu compte que les insuffisances intrinsèques du formalisme postulaient, en définitive, une justification épistémologique à caractère réaliste de la mathématique. La doctrine aristotélicienne se présentait alors comme une source d'inspiration toujours féconde. Il est impossible, en effet, de nier totalement l'origine sensible, encore qu'indirecte, des mathématiques dont Aristote tient précisément compte dans l'élaboration de sa doctrine sur la connaissance mathématique. Quant au terme d'une telle connaissance, on a vu en quel sens l'intuition imaginative jouait un certain rôle même dans les élaborations ultimes des systèmes les plus hardis.

Faut-il encore signaler un point plus particulier, et néanmoins fort important dans ses développements modernes, à savoir : la notion 'd'infini potentiel'; conception qui, au dire de Beth, "malgré des divergences profondes du point de vue technique, est toujours 'à la base' de l'analyse infinitésimale moderne."¹

Dans tous ces cas, et à d'autres points de vue plus se-

1. E. W. Beth, Les Fondements logiques des Mathématiques, 2e édit., 1955, p. 130.

condaires (comme celui de la terminologie, etc.), qu'on omet de rappeler ici, il s'agit d'une continuité à caractère 'tout à fait général', qui tient, sans doute aux fondements mêmes de la connaissance mathématique, mais qui cesse complètement dès qu'on aborde le plan technique. C'est dans cette perspective large, semble-t-il, que se justifierait le jugement suivant de F. Le Lionnais :

"... Ne pourrait-on pas remarquer, dit-il, que c'est l'entrelacement de ces deux classifications ('disciplines' classiques et 'structures' modernes), qui assure, à la manière d'une tresse, l'interdépendance, la cohésion et la solidité des mathématiques ? Ce qui, à défaut d'une unité de contenu ou d'une unité de méthode leur assurerait une sorte d'unité dans la construction". 1

Si certains principes des mathématiques anciennes se révélaient (sous leurs formes élémentaires sans doute, mais non moins requises), permanents, il ne faut pas oublier que le développement de la philosophie moderne des mathématiques marque, d'un autre côté, une "rupture avec les conceptions traditionnelles"²;

1. Op. cit., pp. 22-23.

2. "... Les mathématiques modernes sont fondamentalement différentes de celles que nous avait léguées l'Antiquité".
J. Hadamard, Encyclopédie Française, I, 1.52-16. -
"... Il est entendu qu'il ne faut pas chercher une adéquation complète entre la 'pensée de s. Thomas sur la connaissance mathématique et 'le détail des méthodes modernes'. La découverte du calcul infinitésimal, celle des géométries non-euclidiennes, les développements de la théorie des nombres, et les tentatives de rapprochement de la logique et des mathématiques, ont fait ressortir de plus en plus le caractère 'hypothético-déductif' des sciences exactes..."
Th. Greenwood, La Connaissance Mathématique d'après saint Thomas, dans Revue de l'Université d'Ottawa, 12, 1942, pp. 150-151.

Les trois principaux facteurs de discontinuité entre la philosophie des mathématiques classiques et celle des systèmes modernes et contemporains pourraient s'énoncer comme suit : 'critique des notions connues' pour leur infuser des significations étrangères, souvent sans rapport avec le sens ancien, ou même pour les rejeter à tout jamais; 'notions nouvelles' innombrables apparues au cours du développement fantastique de ces sciences; 'méthodes inédites' enfin et fort variées, adaptées aux formes originales et complexes des mathématiques récentes. Cette évolution décisive s'est manifestée tout au cours de la présente étude. Voilà pourquoi un très bref rappel suffira ici.

Après avoir vécu pendant de longs siècles des notions 'classiques', les philosophes des mathématiques soudain conscients des possibilités cachées de ces sciences, ont commencé par envisager les principes et les objets habituels 'sous un angle nouveau'. Ils ont alors enveloppé d'un oeil critique les conceptions jusque-là considérées comme intangibles; ils ont repris en sous-main l'étude des fondements mêmes de cette discipline apparemment inébranlable dans ses principes comme dans ses conclusions. De cette révision des idées admises est née l'axiomatique moderne. Celle-ci comporte, à la fois, un 'travail d'épuration' de certains concepts primitifs considérés désormais comme inadéquats; puis une besogne de 'renouvellement' du sens des termes anciens.

Le rejet de certains principes traditionnels considérés, à juste titre, comme fondamentaux a atteint non seulement la mé-

thode, mais l'objet même des mathématiques. Ainsi, le bannissement de la quantité de l'ensemble des systèmes contemporains a modifié les bases mêmes de ces sciences exactes. Puis les coups portés à la notion d'évidence, à celle de certitude et surtout au concept de vérité objective ont rompu à tout jamais le lien de continuité entre la philosophie des mathématiques classiques et celle des systèmes modernes.

Après l'abolition de plusieurs concepts essentiels à la mathématique traditionnelle, les philosophes modernes ont procédé au renouvellement des significations des termes anciens. Ainsi le mot 'quantité', utilisé en mathématiques contemporaines a subi une transformation de sens; le 'continu' moderne diffère essentiellement (comme Poincaré l'a fait voir) du continu aristotélicien. Puis la notion d' 'abstraction' a subi un changement radical. Il ne s'agit plus maintenant de la vieille abstraction formelle tout à fait caractéristique de la science du 'deuxième degré d'abstraction'; on nous présente, aujourd'hui, un mode de considération selon 'une généralité grandissante'. En modifiant le sens de cette notion, on a touché au coeur même de la mathématique; c'est alors surtout que celle-ci est devenue vraiment 'autre'. Elle a fini par s'identifier avec une certaine 'logique formelle'; elle s'est posée comme fin ultime la 'déduction absolue', entendue en un sens nouveau. Elle a ainsi, pour une bonne part, tourné au 'pur calcul', au fonctionnement mécanique, au piétinement tautologique. Cette axiomatique ne comporte désormais plus 'rien de commun' avec la mathématique traditionnelle. Inutile, en effet, de vouloir assimiler une science hypothético-déductive à une

mathématique catégorico-déductive. Bref, ce changement s'effectue selon des points de vue trop fondamentaux pour permettre de reconnaître les traits anciens dans la figure de la philosophie mathématique contemporaine.

Après avoir retouché ou rejeté certaines notions connues, les philosophes modernes et contemporains ont en outre introduit dans leurs systèmes une infinité de 'notions nouvelles'. Celles-ci, parce qu'adaptées aux 'principes modifiés' des constructions récentes, n'auraient pu se déduire des concepts anciens. Et cette multitude d'entités inédites contribue encore davantage par les aspects nouveaux qu'elles introduisent en mathématiques, à rompre la continuité avec le système traditionnel.

Ce fut enfin aux méthodes à se ressentir des transformations imposées aux notions de base mathématiques. Tout se tient dans cette évolution progressive : la mathématique ne pouvait modifier ses éléments fondamentaux sans que ce changement ait une répercussion décisive sur l'ensemble des méthodes propres à cette science. Toutes ces importantes transformations ont pourvu les mathématiques d'une structure tout à fait originale.

Sans vouloir donc établir entre la conception traditionnelle et la philosophie moderne des mathématiques une continuité qui, pour l'ensemble, n'existe pas, il est bon de rappeler que la philosophie mathématique aristotélicienne n'est en rien affectée par le progrès qui s'opère dans ces sciences abstraites.

F I N I S

BIBLIOGRAPHIE

Aristote :

Aristotle's Prior and Posterior Analytics, a revised text with introd. and comment. by W. D. Ross, Oxford, 1949.

Aristotelis Topica et Sophistici Elenchii; recensvit brevique ad notatione critica instruxit, W. D. Ross, Oxonii, 1958.

The Works of Aristotle, W. D. Ross, London, Oxford University Press, Vol. I, Categoriae et De Interpretatione - Vol. II, De Coelo, De Generatione et Corruptione - Vol. III, Meteorologica, De Mundo - Vol. V, De Partibus Animalium - Vol. IX, Ethica Nicomachea.

Aristotle's Physics, a revised text with introd. and comment. by W. D. Ross, Oxford, 1936.

De Anima, Ed. P. Siwek, s.j., Romae, Pont. Univ. Greg. 1933.

Aristotle's Metaphysics, a revised text with introd. and comment. by W. D. Ross, Oxford, 1924.

S. Albert :

Comment. In Posteriora Analytica, Opera Omnia, Paris, Vivès, 1890.

Comment. In Topica, Opera Omnia, Paris, Vivès, 1890.

Aristotelis Physicorum, De Coelo et Mundo, De Anima, Metaphysicorum, Opera Omnia, Parisiis, apud Ludovicum Vivès, 1890.

S. Thomas d'Aquin :

De Ente et Essentia, Editio tertia, Taurini, Marietti, Romae, 1948.

In Boethii De Trinitate, Quaestiones Quinta et Sexta, Nach dem Autograph. Cod. Vat. Lat. 9850 Paul Wyser, o.p., Fribourg, Soc. phil.; Louvain, Nauwelaerts, 1948.

Summa Contra Gentiles, Romae, apud Sedem Commissionis Leoninae et apud Libreriam Vaticanam. Desclée & Cie. - Herder, 1934.

Opera Omnia, Editio Taurinensis. Taurini, Marietti, 1946.
Quaestiones disputatae et quodlibetales, T. 7 : De Potentia.

Summa Theologiae, Taurini, Marietti, Romae, 1950.

In Aristotelis librum De Anima Commentarium, Taurini, Marietti, Romae, 1948.

In Octo Libros Physicorum Aristotelis, expositio, cura et studio P. M. Maggiolo, Taurini, Marietti, Romae, 1954.

Opera Omnia, jussu impensaque Leo XIII, P. M. Edita, T. III, Commentaria in Libros Aristotelis. De Coelo et Mundo, De Generatione et Corruptione, Meteorologicorum, cura et studio Fratrum ordinis praedicatorum, Romae, 1886.

In Aristotelis Libros Peri Hermeneias et Posteriorum Analyticorum, expositio, Cura et studio P. Fr. Raymundi M. Spiazzi, Marietti, 1955.

Quaestiones Disputatae et Quaestiones duodecim Quodlibetales, Volumen III et IV. De Veritate, Edit. VII Taurinensis, Taurini, Marietti, Romae, 1942.

In decem libros Ethicorum Aristotelis ad Nicomachum Expositio, Taurini, Marietti, Romae, 1949.

In duodecim libros Metaphysicorum Aristotelis Expositio, Taurini, Marietti, Romae, 1950.

Opuscula Philosophica, Taurini, Marietti, Romae, 1954.

Opuscula Theologica, Cura et studio Raymundi A Verardo, Taurini, Marietti, Romae, 1954.

Jean de St-Thomas :

Cursus Philosophicus, Taurini, Marietti, 1937.

Cursus Theologicus, Parisiis, Ludovicus Vivès, Editor, 1883.

- Bachelard, G. Le Nouvel Esprit scientifique, Presses Universitaires de France, 1949.
- Barbarin, P. La Géométrie non-euclidienne, 2e édit., 1907.
- Bell, E. T. The Development of Mathematics, New York, McGraw-Hill, 1945.
La Mathématique, reine et servante des sciences, trad. de R. de Saint-Seine, Paris, Payot, 1953.
Men of Mathematics, New York, Simon and Schuster, 1937.
The Queen of Sciences, New York, Stechert, 1938.
- Beth, E. W. L'Existence en Mathématiques, Paris, Gauthier-Villars, 1956.
Les Fondements Logiques des Mathématiques, Collection de logique mathématique, Paris, Gauthier-Villars; Louvain, E. Nauwelaerts, 2e édit., 1955.
- Black, M. The Nature of Mathematics, a critical survey, New York, Harcourt, Brace and Company; London, K. Paul, Trench, Trubner and Co. Ltd, 1934.
- Blanché, R. L'Axiomatique, Presses Universitaires de France, 1955.
- Bochanski, I.M. Ancient Formal Logic, Amsterdam, North-Holland, 1951.
- Boole, G. An Investigation of the Laws of Thought on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities, 1854.
- Borel, E. L'Espace et le Temps, Paris, Alcan, 1939.
L'Imaginaire et le Réel en Mathématiques et en Physique, Paris, Michel, 1952.
- Bouligand, G. et Desgranges, J. Le Déclin des Absolus mathématico-logiques, Paris, Soc. d'Ed. d'enseignement supérieur, 1949.
- Bouligand, G. La Mathématique et son Unité, Paris, Payot, 1947.
Les Méthodes Mathématiques, Paris, Centre de documentation universitaire, 1955.
- Boutroux, P. L'Idéal Scientifique des Mathématiques dans l'Antiquité et dans les Temps modernes, Nouvelle collection scientifique, Paris, Alcan, 1920.
- Bradley, F. H. The Principles of Logic, London, Oxford University Press, 1928.

- Brunschvicg, L. Les Etapes de la Philosophie mathématique, Bibliothèque de philosophie contemporaine, Paris, Alcan, 1912.
- Cajori, F. A History of Mathematics, New York, MacMillan, 1909.
- Cassirer, E. Substance and Function, Chicago, London, Open Court Publishing Company, 1923.
- Chaslin, Ph. Essai sur le Mécanisme psychologique des Opérations de la Mathématique pure, Paris, Alcan, 1926.
- Church, A. Introduction to Mathematical Logic, Princeton University Press, 1956.
- Courant, R. and Robbins, H. What is Mathematics ? London, Oxford University Press, 1941 (51).
- Curry, H. B. Outlines of a Formalist Philosophy of Mathematics, Studies in logic and the Foundations of Mathematics, Amsterdam, North Holland Publishing Company, 1951.
- Dantzig, T. Le Nombre, Trad. Cros, Paris, Payot, édit. 1931.
- Dauzat, A. Dictionnaire étymologique de la Langue française, Paris, Larousse, 1938.
- Dedekind, R. Essays on the Theory of Numbers, I. Continuity and Irrational Numbers, Chicago, London, Open Court Publishing, 1924.
- De Koninck, C. Introduction à l'Etude de l'Ame, préface au Précis de psychologie thomiste de l'abbé Stanislas Cantin, Editions de l'Université Laval, Québec, 1948.
Méthodologie Scientifique, Université Laval, Québec, (811), 1940-41.
Noms et Symboles, Texte philosophique de Laval, no 975, Doyon, Québec, 1955.
Réflexions sur le Problème de l'Indéterminisme, Les Presses Universitaires Laval, no 915, Québec, 1952.
The Hollow Universe, London, Oxford University Press, New York, Toronto, 1960.
- Encyclopédie Française, Paris, Société de Gestion de l'Encyclopédie française, 1935.
- Feys, R. Principes de Logistique, Ronéotypé, Louvain, Edit. de l'Institut Supérieur de Philosophie, 1939.

- Fraenkel, A.-A. Continu et Discontinu, Travaux du IXe Congrès International de Philosophie, Hermann et Cie, Ed., Paris, 1937.
- Gaffiot, F. Dictionnaire illustré Latin-Français, Paris, Larousse, 1938.
- Gonseth, F. Les Fondements des Mathématiques, Paris, 1926.
La Géométrie et le Problème de l'Espace, Neuchâtel, Edit. du Griffon, 1945-55.
- Gratry, A. Logique, 1855.
- Greenwood, Th. Les Fondements de la Logique Symbolique, Vol. I et II, Paris, Hermann, 1938.
- Heath, Th. A History of Greek Mathematics, Oxford, The Clarendon Press, 1921.
Mathematics in Aristotle, Oxford, The Clarendon Press, 1949.
- Huntington, E. V. The Continuum and other Types of Serial Order with an Introd. to Cantor's Transfinite Number, Second edit., Cambridge, Harvard University Press, 1942.
- Juvet, G. La Structure des Nouvelles Théories Physiques, Paris, Alcan, 1933.
- Kasner, E. Mathematics and the Imagination, New York, Simon and Schuster, 1940.
- Kattsoff, L. D. A Philosophy of Mathematics, The Iowa State College Press, 1948.
- Ladrière, J. Les Limitations internes des Formalismes, Etude sur la signification du théorème de Gödel et des théorèmes apparentés dans la théorie des fondements des mathématiques. Collection logique mathématique, série B, 1957.
- Lalande, A. Vocabulaire Technique et Critique de la Philosophie, Paris, Presses Universitaires de France, 1951.
- Le Lionnais, F. Les Grands Courants de la Pensée Mathématique, Cahiers du Sud, 1958.
- Lewis, Clarence I. Symbolic Logic, New York, London, The Century Company, 1932.

- Litttré, E. Dictionnaire de la Langue française, Paris, Hachette, 1889.
- Mansion, A. Introduction à la Physique aristotélicienne, Louvain, Editions de l'Institut Supérieur de philosophie, Paris, Vrin, 1946.
- Maritain, J. Les Degrés du Savoir, Paris, Desclée de Brouwer, 1932.
- McGovern, Th. The Division of Logic, Thèse de doctorat, Thèse philosophique de Laval, no 1001, Doyon, Québec, 1956.
- Cohen, Morris R. and Nagel, E. An Introduction to Logic and Scientific Method, New York, 1934.
- Newman, J. R. The World of Mathematics, Vol. I-IV, Simon and Schuster, New York, 1956. (*)
- O'Flynn, S. The First Two Meanings of "Rational Process" According to the Expositio in Boethium De Trinitate, Thèse de doctorat, Thèse philosophique no 1002, Doyon, Québec, 1954.
- Platon Oeuvres complètes, T. VII, La République, Collection des Universités de France, 1934.
- Poincaré, H. Science et Hypothèse, Paris, Flammarion, 1932.
Science et Méthode, Paris, Flammarion, 1927.
- Poirier, R. Essai sur quelques Caractères des Notions d'Espace et de Temps, Paris, Vrin, 1931.
Le Nombre, Paris, Alcan, 1938.
- Richardson, M. Fundamentals of Mathematics, New York, MacMillan, 1950.
- Ross, W. D. Aristote, Bibliothèque Scientifique, Paris, Payot, 1930.
- Russell, B. Introduction à la Philosophie Mathématique, traduit de l'anglais par G. Moreau, Bibliothèque scientifique, Paris, Payot, 1928.
Le Mysticisme et la Logique, Trad. Jean de Menasce, Paris, Payot, 1922.
The Principles of Mathematics, 2nd edition, 1948.

(*) - Les livres ou articles auxquels on a emprunté des citations au cours de la présente thèse, et qui se réfèrent à ce volumineux ouvrage, ont été cités d'après leurs titres propres.

- Russell, B. and Whitehead, A. N. Principia Mathematica, Cambridge University Press, 1910-13.
- Samuel, H. L. Essay in Physics, New York, Hartcourt, Brace, 1952.
- Simard, E. La Nature et la Portée de la Méthode Scientifique, Québec, Presses Universitaires Laval; Paris, Librairie philosophique J. Vrin, 1956.
- Smart, H. R. The Philosophical Presupposition of Mathematical Logic.
- Verriest, G. Les Nombres et les Espaces, Paris, Colin, 1951.
- Von Mises, R. A Study of Human Understanding, Harvard, 1951.
- Weyl, H. Philosophy of Mathematics and Natural Science, Revised and augmented English edition based on a translation by Olaf Helmer, Princeton, Princeton University Press, 1949.
- Whitehead, A. N. A Treatise of Universal Algebra, Cambridge, University Press, 1898.
An Introduction to Mathematics, London, Oxford University Press, 1948.
Essays on Science and Philosophy, New York, 1947.
Science and the Modern World, Cambridge, University Press, 1938.

REVUES

- Cartan, E. Bulletin de la Société Française, 1934, no 5.
- De Koninck, C. Laval Théologique et Philosophique, Vol. III, no 1, 1947; vol. XII, 1956; vol. XIII, no 2, 1957; vol. XVI, no 1, 1960.
- Dieudonné, J. Les Méthodes Axiomatiques Modernes et les Fondements des Mathématiques, dans Revue Scientifique, 77, 1939.
- Dubarle, D. Formalisations et Théorèmes Critiques, dans Dialectica, Vol. II, 1957.
Remarque sur la Philosophie de la Formalisation logico-mathématique, dans Revue de Métaphysique et de Morale, Vol. 60, 1955.
- Gagnebin, R. Structure et Substructure de la Géométrie, dans Dialectica, Vol. II, 1957.

- Geiger, L. B. Revue des Sciences Philosophiques et Théologiques, T. XIII, 1947.
- Greenwood, Th. La Pensée Mathématique d'Aristote, dans Revue de l'Université d'Ottawa, vol. 12, 1942.
Ibid., Section Spéciale, vol. 12, 1942.
La Connaissance Mathématique d'après s. Thomas, dans Revue de l'Université d'Ottawa, Vol. 12, 1942.
Les Principes de la Logique Mathématique, dans Revue de l'Université d'Ottawa, vol. 11, 1941.
- Guérard Des Lauriers, L. B. Analyse de l'Etre Mathématique, dans Revue des Sciences Philosophiques et Théologiques, Vol. 22, 1933, pp. 385-431 et 585-639.
- Lalo, J. Notes on the Limit of a Variable, dans Laval Théologique et Philosophique, Vol. I, 1945.
- Moch, F. Réflexions sur les Probabilités, dans Dialectica, Vol. 11, 1957.
- Rossel, J. Caractéristiques, Tendances et Implications de la Recherche atomique actuelle, dans Dialectica, Vol. 11, 1957.
- Winance, P. E. Revue Philosophique de Louvain, T. 53, 1955.

Michel Doyon, 19 avril 1961.

TABLE DES MATIERES

PARTIE I

LA MATIERE INTELLIGIBLE, D'APRES LA DOCTRINE ARISTOTELICIENNE.

<u>Section I</u> :	Présentation littéraire de la doctrine des Seconds Analytiques, du Traité de l'âme et des Métaphysiques sur les mathématiques.	1
Chapitre 1 :	Les mathématiques dans les Seconds Analytiques	1
Chapitre 2 :	L'enseignement du traité De l'âme sur les mathématiques.	27
Chapitre 3 :	La matière intelligible dans les Métaphysiques.	41
<u>Section II</u> :	Présentation doctrinale de la matière intelligible.	69
Chapitre 1 :	Définition naturelle et définition mathématique.	69
Chapitre 2 :	Matière sensible et matière intelligible . . .	98
Chapitre 3 :	Division de la matière intelligible	127
Chapitre 4 :	Sujet des mathématiques.	142
Chapitre 5 :	Homogénéité et sciences mathématiques.	154
Chapitre 6 :	Rigueur de la démonstration mathématique . . .	173
Chapitre 7 :	Sciences moyennes.	180
Chapitre 8 :	Origine intuitive des notions mathématiques. .	191
Chapitre 9 :	Mathématiques et vérification expérimentale. .	197

PARTIE II

CONCEPTION ANCIENNE ET CONCEPTION MODERNE DES MATHEMATIQUES.

Chapitre 1 :	Nature des Mathématiques	211
Chapitre 2 :	Le problème du continu et du discret	228

Chapitre 3 : L'abstraction mathématique	245
Chapitre 4 : L'intuition mathématique	270
Chapitre 5 : Mathématique et logique	318 /
Chapitre 6 : Principes euclidiens et axiomatique moderne	352
Chapitre 7 : Sciences moyennes et physique mathématique	379
<u>Conclusion</u> : Existe-t-il une continuité entre la philosophie des mathématiques anciennes et la philosophie des mathématiques modernes, au point de vue axiomatique (au sens moderne) qui est celui du calcul ?	395 /
<u>Bibliographie</u>	401
Table des Matières	409

* * * * *